donc $(\vec{BM}, \vec{BA}) \equiv \frac{1}{2}(\vec{A_1M}, \vec{A_1A})\ (\pi)$ et $(\vec{BA}, \vec{BM'}) \equiv \frac{1}{2}(\vec{A_2A}, \vec{A_2M'})\ (\pi)$

d'où $(\vec{BM}, \vec{BM'}) \equiv \frac{1}{2}\left[(\vec{A_1M}, \vec{A_1A}) + (\vec{A_2A}, \vec{A_2M'})\right](\pi) \equiv 0\ (\pi)$ (d'après 1-a)

2°/ on a : $\sigma_A(C_1) = C_2$ donc $\sigma_A(A_1) = A_2$ d'où le rapport de σ_A est

$\frac{AA_2}{AA_1} = 2$ (car $AA_2 = 2AA_1$).

Soit D l'axe de σ_A donc cette similitude indirecte s'écrit :

$\sigma_A = h_{(A,2)} \circ S_D \Rightarrow S_D = h_{(A,\frac{1}{2})} \circ \sigma_A \Rightarrow S_D(A_1) = h_{(A,\frac{1}{2})} \circ \sigma_A(A_1)$

$\Rightarrow S_D(A_1) = h_{(A,\frac{1}{2})}(A_2) = K$ car $\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{A_1A_2}$

d'où D est la médiatrice du segment $[A_1K]$

b) $f = \sigma_A \circ S_A^{-1}$

* f est la composée d'une similitude indirecte et d'une similitude directe donc c'est une similitude indirecte de rapport $2 \times \frac{1}{2} = 1$

donc f est un antidéplacement.

on a : $f(A) = A$; $f(A_2) = \sigma_A \circ S_A^{-1}(A_2) = \sigma_A(A_1) = A_2$ donc A et A_2 sont deux points invariants par f ce qui entraîne que f est la symétrie orthogonale d'axe (AA_2).

Conclusion : $f = S_{(AA_2)}$.

* Soit M un point du plan; $M' = S_A(M)$ et $M'' = \sigma_A(M)$

$\Rightarrow S_A^{-1}(M') = M$

donc $f(M') = \sigma_A \circ S_A^{-1}(M') = \sigma_A(M) = M''$ et par suite $S_{(AA_2)}(M') = M''$

ce qui prouve que M' et M'' sont symétriques par rapport à la droite (AA_2).